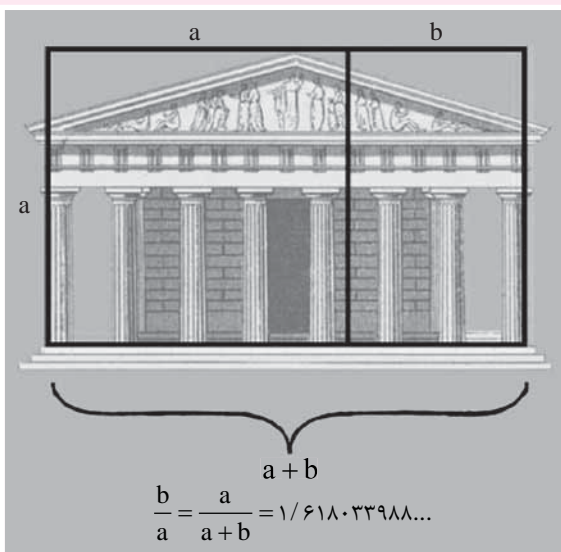


اعداد گنگ

«اعداد گنگ» (irrational numbers) اعدادی هستند که نمی‌توان آن‌ها را با تقسیم یک عدد طبیعی بر عدد طبیعی دیگر بیان کرد. این عددها را برخلاف اعداد گویا، نمی‌توان به صورت نسبت بین دو عدد صحیح، یا به صورت یک عدد دهدهی که یا به پایان می‌رسد و یا در الگوی منظمی از ارقام تکرار شونده قرار می‌گیرد، بیان داشت. در عوض، بسط‌های دهدهی اعداد گنگ بدون تکرار متناوبی برای همیشه ادامه دارند.



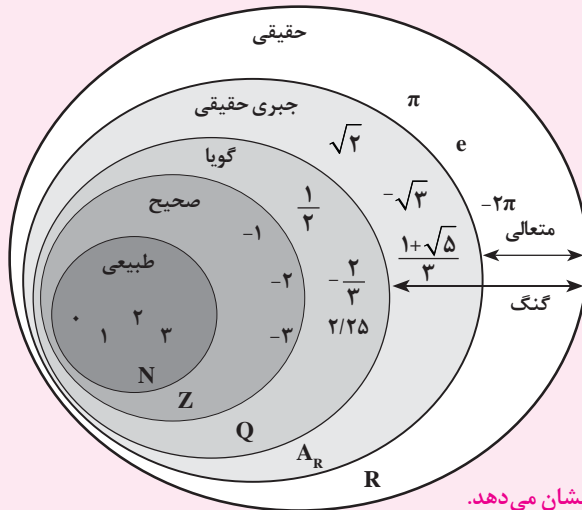
گنگ‌ها نیز مانند اعداد طبیعی و اعداد گویا، در وسعت نامتناهی‌اند. اما در حالی که گویاها و اعداد صحیح مجموعه‌هایی با اندازه یا اصلیت یکسان‌اند، اعداد گنگ، باز هم بی‌شمارترند. در واقع طبیعتشان نه تنها آن‌ها را «نامتناهی» می‌کند، بلکه «ناشمارا» نیز می‌سازد.

بعضی از مهم‌ترین اعداد واقع در ریاضیات، گنگ هستند، از جمله « π »، نسبت بین پیرامون یک دایره به شعاع آن، «ثابت اویلر»، یعنی e ، نسبت طلایی* که در تصویر نشان داده شده، و نیز $\sqrt{2}$ ، ریشه دوم ۲.

* «نسبت طلایی» نسبت بین دو عدد است که نسبت کوچک‌تر به بزرگ‌تر، برابر نسبت بزرگ‌تر به مجموع کل آن دو باشد. این نسبت عددی گنگ و ثابت است که به‌طور طبیعی در وضعیت‌های بسیاری ظاهر می‌شود، و در مؤثر بودن تناسب در هنر و معماری به‌کار رفته است.

اعداد جبری و متعالی

«عدد جبری» عددی است که جواب معادله‌ای شامل توان‌های متغیر x ، یعنی یک چندجمله‌ای با «ضرایب گویا» (rational coefficients) باشد، در حالی که «عدد متعالی» چنین جوابی نیست. ضرایب چنین معادلاتی اعدادی هستند که در هر یک از متغیرها ضرب شده‌اند. برای مثال، $\sqrt{2}$ گنگ است، زیرا نمی‌تواند به صورت نسبتی از دو عدد تمام نوشته شود، اما جبری است. زیرا جواب معادله $x^2 - 2 = 0$ است که دارای ضرایب گویاست (۱ و ۲). جمیع اعداد گویا جبری‌اند، زیرا هر نسبت معلوم $\frac{p}{q}$ را می‌توان به صورت جواب $qx - p = 0$ به دست آورد.



نمودار لانه‌ای، انواع اصلی اعداد حقیقی، از جمله چند مثال مهم را نشان می‌دهد.

ممکن است انتظار داشته باشیم که اعداد متعالی نادر باشند، اما در واقع عکس این مطلب صحیح است. $\sqrt{2}$ استثناست، و تقریباً جمیع اعداد گنگ، متعالی نیز هستند. اثبات این موضوع بسیار مشکل است، اما تقریباً محقق است که هر عدد به تصادف از بین صفر و یک انتخاب شده، متعالی است. مطلب مزبور این پرسش را مطرح می‌کند که چرا ریاضی‌دان‌ها با گذشتن از اکثریت وسیعی از اعداد، این همه وقت صرف حل معادلات جبری می‌کنند.

π

این عدد در حوزه‌های ظاهراً نامرتب‌تی چون احتمال و نسبیّت آشکار می‌شود.

π عددی متعالی و یکی از ثابت‌های اساسی ریاضیات است. این عدد که به حرف یونانی π نمایش داده می‌شود، در مکان‌های متفاوت و غیرمنتظره‌ای رخ می‌دهد. عدد مورد بحث به قدری اهمیت دارد که پاره‌ای از ریاضی‌دان‌ها و دانشمندان علوم رایانه‌ای بخش بزرگی از وقت و کوشش خود را صرف محاسبه هرچه دقیق‌تر آن کرده‌اند. در سال ۲۰۱۰ گزارش شد که این عدد با استفاده از رایانه تا بیش از پنج میلیارد رقم محاسبه شده است.

چنین دقتی برای مقاصد عملی ضروری نیست و π می‌تواند به تقریب با اعداد گویای $\frac{22}{7}$ و $\frac{355}{113}$ ، یا در نمایش‌دهدهی با:

$$3/14159265358979323846264338$$

محاسبه شود. این تقریب ابتدا از طریق هندسه، شاید در اوایل ۱۹۰۰ ق.م. در مصر و بین‌النهرین کشف شد و معمولاً به صورت نسبت پیرامون یک دایره به قطرش نمایش داده می‌شود. ارشمیدس از هندسه برای یافتن حدود بالا و پایین این مقدار استفاده کرد و از آن زمان به بعد مشخص شد که

۳.۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳۳۸۱۴۶۲۶۴۳۳۸۳۲۷۹۵۰۲۸۸۱۴۱۹۷۱
 ۶۹۳۹۹۳۷۵۱۰۵۸۶۰۹۷۱۴۹۴۴۵۹۳۰۷۸۱۴۴۰۶۲۸۴۲۰۸۹۹۸۶۲
 ۸۰۳۴۸۲۵۳۴۲۱۱۷۰۶۷۹۸۲۱۴۸۰۸۶۵۱۳۲۸۲۳۰۶۴۴۷۰۹۳۸۴
 ۴۶۰۹۵۵۰۵۸۲۲۳۱۷۲۵۳۵۹۴۰۸۱۲۸۴۸۱۱۱۷۱۴۵۰۲۸۴۱۰۲۷۰۱۹
 ۳۸۵۲۱۰۵۵۵۹۶۴۴۲۲۹۴۸۹۵۴۹۳۰۳۸۱۹۶۴۴۲۸۸۱۰۹۷۵۶۶
 ۵۹۳۳۴۴۶۱۲۸۴۷۵۶۴۸۲۳۳۷۸۶۷۸۳۱۶۵۲۷۱۲۰۱۹۰۹۱۴۵۶۴
 ۸۵۶۶۹۳۳۴۶۰۳۴۸۶۱۰۴۵۴۳۲۶۴۸۲۱۳۳۹۳۶۰۷۲۶۰۲۱۴۹۱۱
 ۱۲۷۳۷۲۴۵۸۷۰۰۶۶۰۶۳۱۵۵۸۸۱۷۱۴۸۸۱۵۲۰۹۲۰۹۶۲۸۲۶۲۵۴
 ۰۹۱۷۱۵۳۶۴۳۶۷۸۹۲۵۹۰۳۶۰۰۱۱۳۳۰۵۳۰۵۴۸۸۲۰۴۶۶۵۲۱۳
 ۸۴۱۴۶۹۵۱۹۴۱۵۱۱۶۰۹۴۳۳۰۵۷۲۷۰۳۶۵۷۵۹۵۹۱۹۵۳۰۹۲۱۸۶
 ۱۱۷۳۸۱۹۳۲۶۱۱۷۹۳۱۰۵۱۱۸۵۴۸۰۷۴۴۶۲۳۷۹۹۶۲۷۴۹۵۶۷۳
 ۵۱۸۸۵۷۵۲۷۲۴۸۹۱۲۲۷۹۳۸۱۸۳۰۱۱۹۴۹۱۲۹۸۳۳۶۷۳۳۶۲۴
 ۴۰۶۵۶۶۴۳۰۸۶۰۲۱۳۹۴۹۴۳۹۵۲۲۱۴۷۳۷۱۹۰۷۰۲۱۷۹۸۶۰۹
 ۴۳۷۰۲۷۷۰۵۳۹۲۱۷۱۷۶۲۹۳۱۷۶۷۵۲۳۸۱۴۶۷۴۸۱۸۴۶۷۶۶۹
 ۴۰۵۱۳۳۰۰۵۵۶۸۱۲۷۱۴۵۲۶۳۵۶۰۸۲۷۷۸۵۷۷۱۳۴۲۷۵۷۷۸۹
 ۶۰۹۱۷۳۶۳۷۱۷۸۷۲۱۴۶۸۱۴۴۰۹۰۱۲۲۴۹۵۳۴۳۰۱۴۶۵۴۹۵۸۵
 ۳۷۱۰۵۰۷۲۲۷۶۷۹۸۹۲۵۸۹۲۳۵۴۲۰۱۹۹۵۶۱۱۲۱۲۹۰۲۱۹۶۰۸۶۴۰
 ۳۴۴۱۸۱۵۹۸۱۳۶۲۹۷۷۴۷۷۱۳۰۹۹۶۰۵۱۸۷۰۷۲۱۱۳۴۹۹۹۹۹۸
 ۳۷۲۹۷۸۰۴۹۹۵۱۰۵۹۷۳۱۷۳۲۸۱۶۰۹۶۳۱۸۵۹۵۰۲۴۴۵۹۵۵...